3.82. Egy csigán átvetett kötél egyik végére M tömegű nehezéket erősítettünk, másik végére homokkal telt vödröt akasztottunk, melynek tömege a homokkal együtt egyenlő a nehezék tömegével. A mennyezethez erősített csigán lógó rendszer kezdetben nyugalomban és egyensúlyban van. A vödör fölött elejtünk egy m tömegű vaspálcát, mely v sebességgel érkezik a homok felületére és abba belefúródik. A pálca, mozgása során nem lép ki a homokból, hanem állandó F súrlódási erő hatására fékeződve, abban végül is megáll, tehát együtt mozog a vödörrel. A csiga és a kötél tömegétől eltekintünk, csak a pálcát fékező súrlódást vesszük figyelembe.

a) Mekkora a rendszer sebessége abban a pillanatban, mikor a pálca a vödörhöz képest éppen nyugalomba került?

b) Mennyi ideig mozog a pálca a homokban?

c) Mekkora a rendszer gyorsulása akkor, amikor a pálca már a vödörrel együtt mozog?

d) Mekkora erő hat a pálcára a mozgó rendszerben akkor, amikor a pálca, a vödörhöz viszonyítva már áll?

Számadatok: a pálca sebessége

a homokra érkezéskor: $v = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

a pálca tömege: $m = 0{,}5$ kg,

a nehezék tömege: $M = 4$ kg,

a fékező erő: $F = 60$ N.

Megoldás:

3.82. $v = 14\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $m = 0{,}5$ kg; $M = 4$ kg; $F = 60$ N; $v_0 = 0$.

c) A becsapódás pillanatában F hat a pálcára, illetve ezzel ellenkező erő a homokra (Newton III. törvénye). A rendszer gyorsulása a fékeződés alatt (Newton II. törvénye):

$$\left.\begin{aligned} M \cdot g - K + F &= M \cdot a \\ K - M \cdot g &= M \cdot a \end{aligned}\right\}, \text{ ebből } \underline{\underline{a = 7{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

A talajhoz viszonyítva a pálcára ható erő: $m \cdot g - F = m \cdot a_{p-t} = -110\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ és $a_{p-t} - a = -117{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

b) $0 = v + a_{p-v} \cdot t$-ből $\underline{\underline{t = 0{,}119\ \text{s}}}$ idő alatt áll meg a pálca a homokban a vödörhöz képest.

a) A pálca talajhoz viszonyított sebessége akkor, amikor megáll: $v_{p-t} = v + a_{p-t} \cdot t = 0{,}89\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ és ugyancsak $\underline{\underline{0{,}89\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ a rendszer sebessége is ekkor.

d) A pálca megállásakor a mozgásegyenletek: $K - M \cdot g = M \cdot a_1$ és $(M + m) \cdot g - K = (M + m) \cdot a_1$, ebből $a_1 = 0{,}59\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ lesz a rendszer gyorsulása. A pálcára ható erő: $F_p = -m \cdot (g - a_1) = \underline{\underline{-4{,}7\ \text{N}}}$.